

循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007

第3回/全3回

A LIFE COM. バイオ研究室

富岡和人

1. まえがき

著者が2006年12月27日に発表したAL_COM.CVSyst.1 on Dec. 27, 2006¹⁾の著者の研究成果から簡単に説明ができる箇所を全3回になるようにまとめたものである。本初級講座^{2) 3)}の第3回では、第2回で記述した線形時変システムを数値解析する。また、この数値解析の結果の左心室部でのコンプライアンス、容積および内圧の特性を考察する。

一般の循環系の回路モデル理論と数学理論あるいは物理学理論と整合しない場合は既に2つの場合を本講座の第1回と第2回で説明している。第1回では著者が定義したコンプライアンスに類似のコンプライアンスの分母の内圧の値がゼロになる場合について説明した。コンプライアンスにはコンデンサの電界に対応するものがない。第2回では、このことからコンプライアンスに血液を与えるのみではそのコンプライアンスには内圧が作用しない場合について説明した。第3回では生理学で紹介しているコンプライアンスから導出できる ε -近傍で保証される第1階導関数の分母が零になる場合について説明する。この第1階の導関数のコンプライアンスは、循環系の回路モデルで——著者の知る上では——一般的に使用しているものである。

文献1は著者の約10年間での研究成果の一部を発表した論文である。文献2および文献3は本書の第2回および第3回のPDF文書である。文献4は3章の線形時変システムの解の一意性について参考にした文献である。文献5は2008年に著者が発表した心臓血管系の回路モデルの論文である。その論文では、血流量についての研究成果を論じている。

目次

1. まえがき.....	1
目次.....	2
2. 数値解析の際に使用するフーリエ係数と三角多項式.....	3
3. 循環系の回路モデルの線形時変システム.....	3
4. 非斉次方程式の——左心室部の——解の特性.....	3
5. 解の安定性.....	6
6. ε -近傍で保証される第 1 階導関数の分母が零になる場合.....	7
7. RLCプレッシャホロワ回路でのインダクタンスおよび流れの抵抗.....	9
8. あとがき.....	13
参考文献.....	13
免責事項.....	13
著作権.....	14

2. 数値解析の際に使用するフーリエ係数と三角多項式

(2.1) は左辺の関数のフーリエ級数の N 項までの部分和である。(2.2) ~ (2.4) はフーリエ係数である。(2.1) の右辺は N を増加させていくと、より良い (2.1) の左辺の近似式になる。本講座では (2.1) の右辺の nt の項を第 n 高調波と呼ぶことにする。ただし、 $n=1$ の場合は基本波と呼ぶ。

本講座の測定値は左心室の容積と内圧のみである。(2.1) の上述の知識を応用して、この測定値と心臓周期の時間関係から近似式を作る。右心室、右心房および左心房の関数は著者が作ったものを使う。右心室の容積は左心室と同じものを使用する。右心室の内圧は左心室の値を $n < 1$ 倍したのから (2.1) を計算した。右心房と左心房のコンプライアンスの関数は心臓周期の時間関係の——第 1 回あるいは第 2 回の——図 2.2 を使って著者が作ったものである。4 章でこの関数の特性を掲載する。著者が使用した計算環境の影響で (2.1) の項数には規制がある。このために、測定値から算出できる近似式のすべての項数を使用することはできなかった。

$$f(t) \approx a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos nt + b_n \sin nt) \dots (2.1)$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt \dots (2.2)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos ntdt, (n=1, 2, \dots, N) \dots (2.3)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin ntdt, (n=1, 2, \dots, N) \dots (2.4)$$

3. 循環系の回路モデルの線形時変システム

本講座の第 2 回の (3.87) ~ (3.95) および (3.96) ~ (3.104) の線形微分方程式系はそれぞれ (3.1) に記述できる。(3.1) の非斉次方程式 (3.2) の係数行列および強制項の成分は連続で有界である。このために、この非斉次方程式の解は存在して、しかも一意である⁴⁾。

$$\begin{cases} \frac{dq(t)}{dt} = \mathbf{B}(t)q(t) + \mathbf{D} \times u(t) \dots (3.1) \\ y(t) = q(t) \end{cases}$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = \mathbf{B}(t)q(t) + \mathbf{D} \times u(t) \dots (3.2)$$

4. 非斉次方程式の——左心室部の——解の特性

本講座の (3.2) の係数行列の成分の定数は (4.1) および (4.2) になる。係数行列の成分で関数になっているものはすべて周期関数である。2 章で説明したように本講座の関数は (2.1) を応用して記述した。大気圧は定数で 800[mmHg]とした。

$$\left. \begin{aligned} c_2 &= 115.7 \times 10^{-3}, c_3 = 660.3 \times 10^{-3}, c_4 = 4.0 \\ c_7 &= 0.07, c_8 = 2.0 \\ r_2 &= 21.4 \times 10^{-3}, r_3 = 878.6 \times 10^{-3}, r_4 = 151.4 \times 10^{-3} \\ r_7 &= 70.0 \times 10^{-1}, r_8 = 80.0 \times 10^{-3} \end{aligned} \right\} \dots (4.1)$$

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= 7 \times 10^{-5}, r_5 = 1 \times 10^{-4} \\ r_6 &= 1 \times 10^{-4}, r_9 = 7 \times 10^{-5} \end{aligned} \right\} \dots (4.2)$$

心室の収縮期は 0.32[s]間とした。心臓周期は 0.8[s]間とした。数式処理言語は Mathematica3.0 Students Version を使用した。この言語の NDSolve 命令を For 命令で繰り返し計算をして数値解析の解を得た。

左心室部の内圧の (2.1) の高調波は余弦波が第 44 高調波、正弦波が第 43 高調波までである。左心室部の時変型コンプライアンスの (2.1) の高調波は余弦波が第 24 高調波、正弦波が第 25 高調波までである。

右心室部の内圧の (2.1) の高調波は余弦波が第 44 高調波、正弦波が第 43 高調波までである。右心室部の時変型コンプライアンスの (2.1) の高調波は余弦波が第 7 高調波、正弦波が第 7 高調波までである。

図 4.1 と図 4.2 は心室および心房の時変型コンプライアンスの特性である。図 4.3 および図 4.4 では数値解析の結果である左心室部の容積は nqc1 であり、内圧は nvc1 の記号を使用した。図 4.3 は左心室部の容積の数値解析の結果とヒトの左心室の容積の測定値による特性である。図 4.4 は左心室部の内圧の数値解析の結果とヒトの左心室の内圧の測定値による特性である。

図 4.1 と図 4.2 の心室のコンプライアンスは容積の波形に類似である。また、心房のコンプライアンスの波形も心房の容積に類似である。心房の容積は心臓周期の時間関係から著者が作ったものであり、実際の波形にどれほど似ているものかは著者には不明である。このことは、読者諸氏に注意して頂きたい。図 4.3 と図 4.4 の計算結果はヒトの左心室の測定値と完全に一致した。ただし、本章で使用した測定値は小数点以下一桁までの表示である。

本講座の第 2 回の文献 3 の (3.87) ~ (3.95) から文献 3 の (3.105) の左辺を計算すると (4.3) になる。また、文献 3 の (3.96) ~ (3.104) から文献 3 の (3.105) の左辺を計算すると (4.4) になる。しかし、(4.3) と (4.4) の右辺は文献 3 の (3.105) の右辺のように零になるとは限らない。図 4.5 ~ 図 4.8 の波形は、(4.3) および (4.4) の右辺が零にならないことを示している。著者の考察では図 4.5 ~ 図 4.8 の波形は数値計算から生じている誤差のものと、(3.2) の関数で高調波の規制による影響が含まれているものと考えている。(3.2) の係数行列の関数の近似式を、より良くすることでも本章の計算結果よりも精度の高い計算結果を得るものと著者は考える。

$$\sum_{i=1}^9 \frac{dq_{ci}}{dt} = \left(\frac{p_{c1}(t)}{r_1} - \frac{q_{c1}(t)}{r_1 \times c_1(t)} \right) + \left(\frac{p_{c6}(t)}{r_6} - \frac{q_{c6}(t)}{r_6 \times c_6(t)} \right) \dots (4.3)$$

$$\sum_{i=1}^9 \frac{dq_{ci}}{dt} = \left(\frac{p_{c1}(t)}{r_9} - \frac{q_{c1}(t)}{r_9 \times c_1(t)} \right) + \left(\frac{p_{c6}(t)}{r_5} - \frac{q_{c6}(t)}{r_5 \times c_6(t)} \right) \dots (4.4)$$

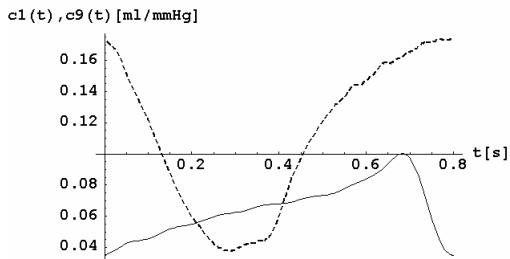


図 4.1 コンプライアンスの波形
点線は左心室，実線は左心房

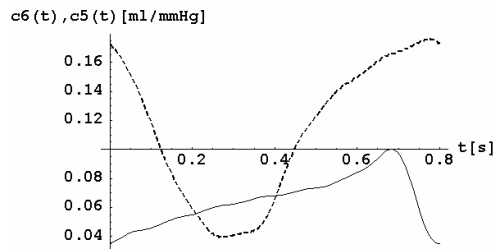


図 4.2 コンプライアンスの波形
点線は右心室，実線は右心房

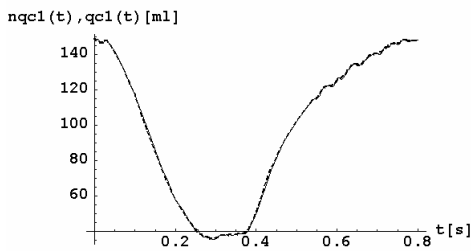


図 4.3 左心室の容積
点線は計算結果，実線は測定値

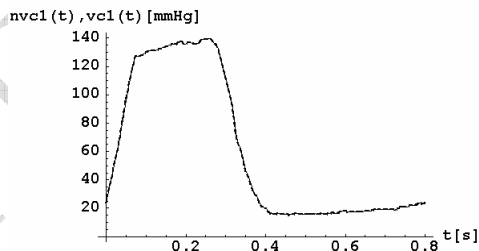


図 4.4 左心室の内圧
点線は計算結果，実線は測定値

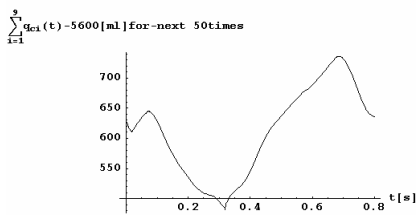


図 4.5 総血液量の変化
初期値の総血液量：5600[ml]
繰り返し回数：50 回

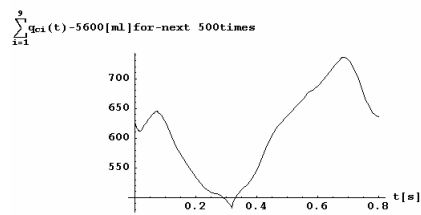


図 4.6 総血液量の変化
初期値の総血液量：5600[ml]
繰り返し回数：500 回

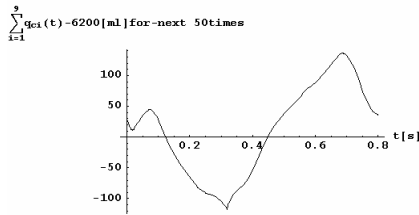


図 4.7 総血液量の変化

初期値の総血液量：6200[ml]

繰り返し回数：50回

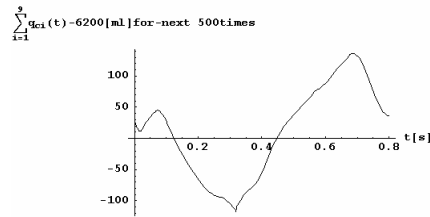


図 4.8 総血液量の変化

初期値の総血液量：6200[ml]

繰り返し回数：500回

5. 解の安定性

(3.2) の解の安定性について考察する. 文献 1 で, (3.2) の安定性については方程式の構造安定性と解の安定性についての考察をした. 本初級講座では, 解の安定性についてのみ簡単に考察する. 本章で考察する解の安定性はリャプーノフの意味での安定性である. また, リャプーノフの意味での安定な方程式——(3.2)——の初期値の解が漸近安定であることを考察する.

図 4.3 および図 4.4 の考察から (3.1) の出力——非斉次方程式 (3.2) の解——を周期解と仮定する. この周期解の初期条件を (5.1) とする. このとき, 本章では (5.2) と (5.3) を初期値とするものを (5.4) で表現する.

$$q(t_0) = q^0 \dots (5.1)$$

$$t \dots (5.2)$$

$$q^0 \dots (5.3)$$

$$q(t, t_0, q^0) \dots (5.4)$$

(5.5) を満足する初期条件を仮定する. このとき (5.6) ならば (5.7) はすべての (5.8) に対して定義されている. そして (5.9) もすべての (5.8) に対して定義されている. (5.10) の数 ε に対して (5.11) の数 δ を選ぶと (5.12) のとき (5.8) で (5.13) となる. このとき, (5.4) はリャプーノフの意味で安定である.

$$q(t_0) = q^1 \dots (5.5)$$

$$|q^1 - q^0| < \rho, \rho > 0 \dots (5.6)$$

$$q(t, t_0, q^1) \dots (5.7)$$

$$t \geq t_0 \dots (5.8)$$

$$q(t) \dots (5.9)$$

$$\varepsilon > 0 \dots (5.10)$$

$$0 < \delta \leq \rho \dots (5.11)$$

$$|q^1 - q^0| < \delta \dots (5.12)$$

$$|q(t, t_0, q^1) - q(t)| < \varepsilon \dots (5.13)$$

(5.14) の σ が存在するとき (5.15) ならば, (5.16) のとき (5.17) となることを, リャプーノフの意味で安定な (3.2) の解 (5.4) が漸近安定である.

$$0 < \sigma \leq \rho \dots (5.14)$$

$$|q^1 - q^0| < \sigma \dots (5.15)$$

$$t \rightarrow \infty \dots (5.16)$$

$$|q(t, t_0, q^1) - q(t)| \rightarrow 0 \dots (5.17)$$

6. ε -近傍で保証される第 1 階導関数の分母が零になる場合

一般的な循環系の回路モデルで使用しているコンプライアンスは (6.1) の記述である. (6.1) の分母の圧力は (6.2) の左辺を前提とするものが一般的である. (6.2) の説明は文献 2 の (3.2.3) で説明した. この (6.1) では心臓周期に於いて計算できない点がある. しかし, (6.1) の値を定数にして心臓周期全体に於いて (6.1) を使用している計算が論文や成書などで紹介していることがある. このことは, 2007 年現在の一般の循環系の回路モデル理論が数学あるいは物理学と整合していない箇所であるものと著者は考える. 本章ではこの整合しない箇所について考察する.

(6.1) は生理学で紹介されているコンプライアンス (6.2) から導出したものとして本章では扱う. (6.1) の右辺は ε -近傍 (6.4) で保証されている血液量の第 1 階導関数である. (6.5) はその ε -近傍での計算である. ここでは (6.1) は ε -近傍 (6.4) でしか保証されていない. (6.1) で心臓周期全体での計算は保証していない. (6.1) では (6.6) の条件が前提となる. 図 4.4 の左心室の波形からも (6.6) が成立しない点があることは明らかである. このことから (6.1) が計算できない点があることが明らかである. 一方, 本講座の第 1 回で説明した文献 2 の (3.2.1) は図 4.4 のような波形でも計算ができることは明らかである.

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dp_v} \left(\frac{dp_v}{dt} \neq 0 \right) \dots (6.1)$$

$$p_v(t) = p(t) - p_0(t) [\text{mmHg}] \dots (6.2)$$

$$\text{コンプライアンス} = \frac{\text{容積の増加分}}{\text{内圧の増加分}} \dots (6.3)$$

$$\left| \xi - p_v \right| < \varepsilon, \varepsilon > 0 \dots (6.4)$$

$$\frac{dq(p_v)}{dp_v} = \lim_{\xi \rightarrow p_v} \frac{q(\xi) - q(p_v)}{\xi - p_v} \dots (6.5)$$

$$\frac{dp_v}{dt} \neq 0 \dots (6.6)$$

(6.7) が成立すると仮定すると (6.7) から (6.8) が記述できる. (6.7) の右辺は定数である. (6.1) の定義上, 心臓周期に於いて左心室のような圧波形には (6.8) が成立しない場合があることは明らかである. さらに, (6.7) および (6.8) を使用して数学理論と物理学理論と整合しない場合について考察する.

$$\frac{dq}{dt} = c_d \left(\frac{dp_v}{dt} \neq 0 \right) \dots (6.7)$$

$$\frac{dq}{dt} = c_d \times \frac{dp_v}{dt} \dots (6.8)$$

(6.9) はハーゲン・ポアズイユの法則である. (6.9) の左辺は流量である. (6.9) の右辺の記号は次の意味である. (6.10) は粘性率, (6.11) は管の長さ, および (6.12) は管の半径である. そして, (6.13) と (6.14) は両端の圧力である.

(6.9) の右辺には圧力の時間に対する変化率の記述はない. (6.9) の分子の圧差は一定でも (6.9) の左辺は零を保証されていない. 一般には (6.10) ~ (6.12) を定数として扱うことができる. 文献 2 の (3.2.1) では (6.15) のように血流量を計算できる. (6.16) が成立するならば (6.15) から (6.17) が導出できる. このように, (6.9) と (6.15) は整合する場合として計算できることもある.

$$Q = \frac{\pi \times (p_1 - p_2)}{8 \times \eta \times l} \times a^4 \dots (6.9)$$

$$\eta \dots (6.10)$$

$$l \dots (6.11)$$

$$a \dots (6.12)$$

$$p_1 \dots (6.13)$$

$$p_2 \dots (6.14)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dc}{dt} \times p + c \times \frac{dp}{dt} \dots (6.15)$$

$$\frac{dp}{dt} = 0 \dots (6.16)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dc}{dt} \times p \dots (6.17)$$

一方, (6.18) が成立するとき, (6.8) が使用できるものと仮定する. このとき, (6.8) および (6.18) から (6.19) が成立する. しかし, (6.19) は (6.9) に整合しない結果が記述できる. (6.9) は圧力差が一定に生じていることで流量を記述している. (6.19) では, 血圧の差が一定でも血圧が時間に対して定数である (6.18) の場合では, (6.19) のように流量を零としている. また, 実際は (6.18) の場合は (6.7) の定義域から外れている.

$$\frac{dp_v}{dt} = 0 \dots (6.18)$$

$$c_d \times \frac{dp_v}{dt} = 0 \dots (6.19)$$

7. RLC プレッシュホロワ回路でのインダクタンスおよび流れの抵抗

本書の第 1 回で回路要素の数学的モデルとして扱えるインダクタンスを説明した. 第 2 回では, 循環系の回路モデルの回路要素と電気回路の要素との対応関係を与えた. その対応関係では, 循環系の回路モデルのインダクタンスを電気回路の要素でのインダクタンスに対応関係を与えた. 第 3 回の 7 章では, そのインダクタンスを循環系の回路モデルに導入した場合の考察をする. 本章でのインダクタンスの導入で第 1 回の図 2.1 および第 3 回の 3 章での (3.1) の数学的モデルよりも実際の心臓血管系の内圧および容積に近い値を計算できる心臓血管系のモデルを設計できるものと著者は考える.

$$\begin{cases} \frac{dq(t)}{dt} = \mathbf{B}(t)q(t) + \mathbf{D} \times \mathbf{u}(t) \dots (3.1) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{q}(t) \end{cases}$$

文献 5 で, 図 7.1 の回路を著者は設計した. 図 7.1 では, 流れの抵抗, インダクタンス, コンプライアンスおよびプレッシュホロワで構成している. 本書では, 図 7.1 の回路を rLc プレッシュホロワ回路と呼ぶことにする.

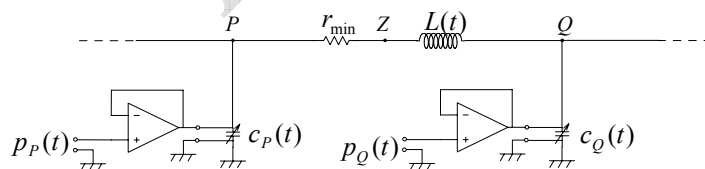


図 7.1 rLc プレッシュホロワ回路

図 7.1 のインダクタンスに生じる血流量を (7.1) で記述する. 図 7.1 のインダクタンスの両端 Z 点および Q 点の間に生じる圧力差を (7.2) で記述する. (7.2) を (7.3) に書き換える.

$$i(t) \dots (7.1)$$

$$p_z(t) - p_Q(t) = \frac{d(L(t) \cdot i(t))}{dt} \dots (7.2)$$

$$p(t) = \frac{d(L(t) \cdot i(t))}{dt} \dots (7.3)$$

図 7.1 の rLc プレッシュャホロワ回路を電子回路に見なして、キルヒホッフの第 2 法則を使用すると、(7.4) の回路方程式を記述できる。回路方程式 (7.4) を (7.5) に書き直す。(7.5) の左辺は (7.3) の左辺に等しい。

$$p_P(t) - r_{\min} \cdot i(t) - p(t) - p_Q(t) = 0 \dots (7.4)$$

$$p(t) = p_P(t) - r_{\min} \cdot i(t) - p_Q(t) \dots (7.5)$$

ここで、時点 (7.6) を仮定する。時点 (7.6) では、(7.7) を仮定する。(7.7) を使用すると、(7.5) から (7.8) を記述できる。

$$t = t_{\min} \dots (7.6)$$

$$p(t_{\min}) = \frac{d(L(t_{\min}) \cdot i(t_{\min}))}{dt} = 0 \dots (7.7)$$

$$p(t_{\min}) = p_P(t_{\min}) - p_Q(t_{\min}) - r_{\min} \cdot i(t_{\min}) = 0 \dots (7.8)$$

(7.8) から (7.9) を記述できる。(7.9) を使用すると、流れの抵抗を (7.10) で与えることができる。ただし、(7.10) では (7.11) になる。

$$p_P(t_{\min}) - p_Q(t_{\min}) = r_{\min} \cdot i(t_{\min}) \dots (7.9)$$

$$r_{\min} = \frac{p_P(t_{\min}) - p_Q(t_{\min})}{i(t_{\min})} \dots (7.10)$$

$$i(t_{\min}) \neq 0 \dots (7.11)$$

図 7.1 の rLc プレッシュャホロワ回路では、時点 (7.6) の場合で、流れの抵抗を (7.10) で定めることができる。(3.3) を数値解析した (4.1) の値は、生理学書の平均的な値と考えられる各部位のヒトの血管の血圧を使用して算出した流れの抵抗の値をコンピュータでの数値解析で変更しながら与えた値である。

(7.10) のように時点 (7.6) の内圧および血流量で決定はしていない。(7.3) を満足することで、(7.10) に決定する。図 7.1 の rLc プレッシュャホロワ回路では、時点 (7.6) を明らかにすることで流れの抵抗 (7.10) を与えることができる。この意味では、図 7.1 の rLc プレッシュャホロワ回路では、任意に流れの抵抗の値を定めるものではなく、(7.10) のみに決定する。

$$\left. \begin{aligned} c_2 &= 115.7 \times 10^{-3}, c_3 = 660.3 \times 10^{-3}, c_4 = 4.0 \\ c_7 &= 0.07, c_8 = 2.0 \\ r_2 &= 21.4 \times 10^{-3}, r_3 = 878.6 \times 10^{-3}, r_4 = 151.4 \times 10^{-3} \\ r_7 &= 70.0 \times 10^{-1}, r_8 = 80.0 \times 10^{-3} \end{aligned} \right\} \dots (4.1)$$

次に時点 (7.12) を仮定する。時点 (7.12) では (7.13) を仮定する。(7.13) では、P 点での心臓あるいは血管の内圧は Q 点での心臓あるいは血管の内圧に等しい。(7.5) に (7.13) を使用すると (7.14) になる。

$$t = t_c \dots (7.12)$$

$$p_p(t_c) - p_q(t_c) = 0 \dots (7.13)$$

$$p_z(t_c) - p_q(t_c) = -r_{\min} \cdot i(t_c) \dots (7.14)$$

もし、(7.15) が成立するならば、流れの抵抗 (7.10) は (7.16) になる。(7.16) が成立すると、図 7.1 の rLc プレッシュャホロワ回路は Lc プレッシュャホロワ回路に見なせる。(7.16) が成立する時点では、(7.11) では図 7.1 の回路に血流が生じていることを説明できる。血液が速度を持って移動しているならば、圧力差が生じていなくても、その血液は移動することはできるものと質点系の力学では考察できる。電気回路のインダクタンスでも、そのインダクタンスの両端の電圧が零でも、そのインダクタンスに生じる電流は零であるものとは限らないことは明らかである。このことでは、循環系の回路モデルと電気回路は対応関係を維持しているものと著者は考える。

$$p_p(t_{\min}) - p_q(t_{\min}) = 0 \dots (7.15)$$

$$r_{\min} = \frac{p_p(t_{\min}) - p_q(t_{\min})}{i(t_{\min})} = 0 \dots (7.16)$$

(7.17) が成立するならば (7.14) では (7.18) になる。(7.18) の血流量の血流の向きは Z 点から Q 点の向きである。図 7.1 の rLc プレッシュャホロワ回路では、(7.13) が成立している時点でインダクタンスの圧力の低い Z 点から圧力の高い Q 点へ血液が移動することがある。

$$p_z(t_c) < p_q(t_c) \dots (7.17)$$

$$i(t_c) > 0 \dots (7.18)$$

(7.19) が成立するならば (7.14) では (7.20) になる。(7.20) の血流量の血流の向きは Q 点から Z 点の向きである。この場合の血流の向きは逆流と呼べるものと著者は考える。図 7.1 の rLc プレッシュャホロワ回路では、(7.13) が成立している時点でインダクタンスの圧力の低い Q 点から圧力の高い Z 点へ血液が移動する。

$$p_z(t_c) > p_q(t_c) \dots (7.19)$$

$$i(t_c) < 0 \dots (7.20)$$

血管内の直交断面積が血液を構成している物体よりも小さい場合を仮定する。この仮定が成立する場合は、その血管の内圧差が零でない場合でも、その血管内の血管壁が血液の移動を妨げて、血流はその断面積を通過できないで停止する場合がある。流れの抵抗では、そのような場合を記述できない。このような場合を含めて血流路の両端の内圧差を記述するためのモデルについて考察する。

図 7.2 のような 2 つの端子をもつモデルを仮定する。そのモデルは (7.21) を満足するものと仮定する。

(7.21) の右辺の第 2 項は (7.22) を満足することを仮定する。

$$p_p(t) - p_q(t) = r \times i(t) + y_p(t) \dots (7.21)$$

$$y_p(t) = p_p(t) - p_q(t) - r \times i(t) \dots (7.22)$$

(7.23) の時点で血流量が零になるものとする。その時点 (7.21) に代入すると (7.24) になる。(7.23) を (7.24) に代入すると (7.25) になる。

$$i(t_{\text{stop}}) = 0 \dots (7.23)$$

$$p_p(t_{stop}) - p_q(t_{stop}) = r \times i(t_{stop}) + y_p(t_{stop}) \dots (7.24)$$

$$p_p(t_{stop}) - p_q(t_{stop}) = y_p(t_{stop}) \dots (7.25)$$

(7.25) の左辺が正の実数であるならば, (7.26) を満足する. (7.26) では, 血流量が零でも, 図 7.2 のモデルには正の実数である内圧差が生じている.

$$p_1(t_{stop}) - p_2(t_{stop}) = y_p(t_{stop}) > 0 \dots (7.26)$$

図 7.2 の考察では (7.22) の左辺は流れの抵抗では記述できない (7.22) の右辺を記述するために与えたものとして考える.



図 7.2 血流の停止を考慮したモデル

図 7.2 の両端の内圧差が (7.27) を満足することを仮定する. 図 7.2 に (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則を使用すると, (7.27) を前提に (7.28) を満足する. (7.28) では, 血流量は零である. (7.16) で説明したように, 血液が速度を持って移動している場合はその血液の移動を質点系の力学では考察できない. この考察は (7.28) の計算結果に一致しない. (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則では (7.27) が成立する場合では (7.16) で説明したような血流量を計算できない. (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則では一定の圧力差 (7.29) を仮定している. この仮定 (7.29) に仮定 (7.27) は一致しないことから, 仮定 (7.27) で (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則を使用することは不適切である.

$$p_p - p_q = 0 \dots (7.27)$$

$$\frac{\pi \times (p_p - p_q)}{8 \times \eta \times l} \times a^4 = 0 \dots (7.28)$$

$$p_p - p_q = \text{const.} \neq 0 \dots (7.29)$$

もし, (7.29) が成立するならば, (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則では (7.30) を満足する. 図 7.2 での血管内の直交断面積が血液を構成している物体よりも小さい場合では, 血流が停止することを仮定している. (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則では (7.30) を満足することで, この血流が停止する仮定を満足していない. このことは, (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則では血流が妨げられていることを仮定していないためである. 図 7.2 の仮定は (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則には一致しないために, 図 7.2 の仮定で (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則を使用することは不適切であることは明らかである.

$$\frac{\pi \times (p_p - p_q)}{8 \times \eta \times l} \times a^4 \neq 0 \dots (7.30)$$

(7.15) および (7.27) の場合では, 流れの抵抗および (6.9) のハーゲン・ポアズイユの法則よりもインダクタンスで記述した図 7.1 の rLc プレッシュャホロワ回路のほうが優れている場合を説明できた.

(7.5) では、P 点および Q 点での内圧の関数が決定している場合で、血流量 (7.1) が決定していても (7.5) の左辺を与えることができる。(7.5) の左辺が決定することで、(7.3) の右辺を与えることができる。(7.3) を使用して (7.31) の右辺を決定できれば、図 7.1 の rLc プレッシュホロワ回路のインダクタンスを決定できることは明らかである。図 7.1 の rLc プレッシュホロワ回路を使用することで第 1 回の図 2.1 の物理的モデルよりも実際の心臓血管系の内圧および容積に近い値を記述できる物理的モデルを与えることができるものと著者は考える。

$$p(t) = p_p(t) - r_{\min} \cdot i(t) - p_q(t) \dots (7.5)$$

$$p(t) = \frac{d(L(t) \cdot i(t))}{dt} \dots (7.3)$$

$$L(t) = \frac{\int_{t_0}^t p(\tau) d\tau + L(t_0) \cdot i(t_0)}{i(t)} \dots (7.31)$$

8. あとがき

本講座の説明はすべて終えた。4 章で紹介した計算結果は著者が 1998 年に計算したものである。著者の知る限りでは 4 章のように、測定値と完全に一致した成書での紹介は 2007 年現在のものでも知らない。2007 年現在のコンピュータで計算すると 4 章の計算結果よりも高い精度の結果を得るものと著者は考える。また、本講座では著者の構築した循環系の回路モデル理論、と一般の循環系の回路モデル理論との理論的異なりを紹介した。本講座では第 1 回～第 3 回までに一般的な循環系の回路モデル理論で使用しているコンプライアンスの数学理論および物理学理論と整合しない箇所について説明した。このような整合性のない理論が論文や成書で指導されていることが循環系の回路モデル分野にとって問題であるものとは、2007 年現在の著者の考えである。このことは、読者諸氏にも注意をして頂きたい。

7 章のインダクタンスは 2008 年に文献 5 で発表したものである。図 7.1 の rLc プレッシュホロワ回路も文献 5 で発表したものである。2009 年現在の著者の研究では、インダクタンスの使用方法が課題となる。

参考文献

- 1) [富岡和人, "AL COM.CVSyst.1 on Dec. 27, 2006", 循環系に関する研究報告, \(2006-12-27\), pp.15-18, pp.24-28, pp.29-34](#)
- 2) [富岡和人, "循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第 1 回", ALIFE COM.](#)
- 3) [富岡和人, "循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第 2 回", ALIFE COM.](#)
- 4) 有本卓:『講座・応用数学[対象 10]システムと制御の数理』, (岩波書店, 1993), pp.7-10
- 5) [富岡和人, "AL COM.CVSyst.2 on Dec. 25, 2008", 循環系に関する研究報告, \(2008-12-25\), pp.19-25.](#)

免責事項

ALIFE COM. および外部の情報提供者は、ユーザーに対しこの Web サイトの内容について何ら保証するものではありません。ユーザーが ALIFE COM. の Web サイトを利用したことにより被った損失・損害、

その他 A LIFFE COM. の Web サイトに関連して被った損失・損害について、A LIFFE COM. および外部の情報提供者は、一切責任を負いません。

本資料は情報提供を目的として作成したものです。本資料の真偽に対しては、著者、A LIFE COM. および A LIFE COM. のバイオ研究室は一切の責任を負いません。

著作権

Copyright © 2007–2009 富岡和人 All rights reserved.

文書のプロパティの文書に関する制限の概要の表示内容については著者の許可のないものとします。

本ドキュメントのバックアップのコピーは許可します。

本ドキュメントを私的利用の範囲内で印刷することは許可します。

作成日：2007 年 01 月 07 日

発行日：2007 年 01 月 07 日

改訂発行日：2007 年 01 月 09 日

改訂発行日：2009 年 01 月 09 日

電気の回路論の文献

[“電位の簡単な入門 2007 第 1 回”](#)

[“電位の簡単な入門 2007 第 2 回”](#)

[“電位の簡単な入門 2007 第 3 回”](#)

[“電位の簡単な入門 2007 第 4 回”](#)

[“電位の簡単な入門 2007 第 5 回”](#)

[“電位の簡単な入門 2007 Option”](#)

アインシュタインの特殊相対性理論の文献

[“特殊相対性理論の速度の変換”](#)

[“特殊相対性理論のエネルギーの変換と相対論的質量の変換”](#)

ホームページ

<http://www.alifecom.info/>

<http://www7b.biglobe.ne.jp/~alifecom/>

<http://book.geocities.jp/alifecominfo/>

<http://alifecominfo.aikotoba.jp/>